

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 10 | - | 0 | , | 8 | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

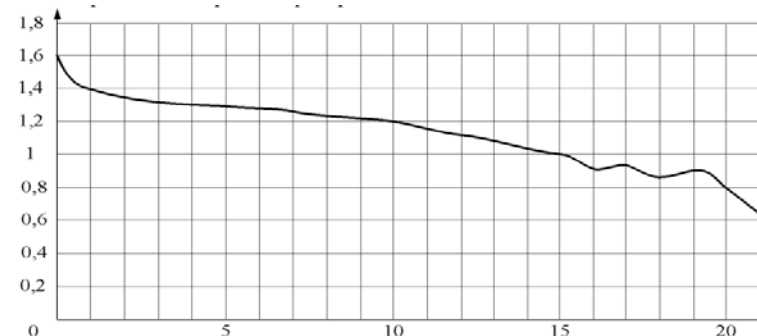
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Зарботная плата рабочего за месяц составила 8000 руб. 20% из этой суммы ушло на оплату коммунальных платежей, 5% оставшейся суммы ушло на оплату долга. Сколько денег после этого осталось у рабочего?

Ответ: _____.

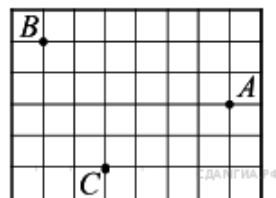
- 2** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадет напряжение за первые 15 часов работы фонарика.



Ответ: _____.



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1см x 1см отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC. Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 4 В семье трое детей. Какова вероятность, что все они - мальчики? (вероятность рождения девочек и мальчиков одинакова)

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень (или сумму корней, если их несколько) уравнения

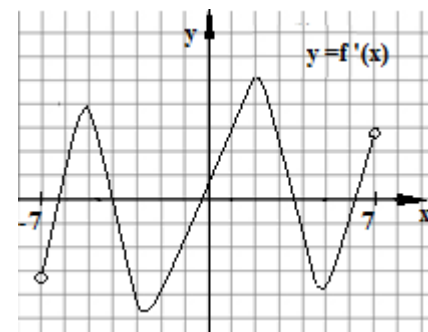
$$\sqrt{39 - x} = x + 17$$

Ответ: _____.

- 6 В треугольник ABC сторона AB равна 10, а угол A - тупой. Найдите медиану BM, если AC равно 20, а площадь треугольника ABC равна 96.

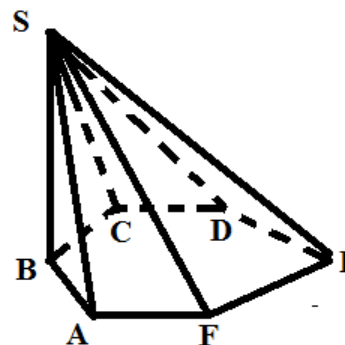
Ответ: _____.

- 7 Функция $f(x)$ определена на интервале $(-7; 7)$. На рисунке изображен график производной этой функции. К графику функции провели все касательные, параллельные прямой $y=3-2x$ (или совпадающие с ней). Укажите количество точек графика функции, в которых проведены эти касательные.



Ответ: _____.

- 8 В основании пирамиды лежит правильный шестиугольник SABCDEF. Боковое ребро BS перпендикулярно плоскости основания и равно ребру основания. Найдите градусную меру угла между боковым ребром FS и плоскостью основания.



Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\frac{\cos^2 37^\circ - \sin^2 23^\circ}{\cos 14^\circ}$.

Ответ: _____.

10 Количество вещества в реакторе в каждый момент времени t определяется по формуле $M = m_0 \cdot 4^{-t/20}$, где t - время, измеряемое в часах, а m_0 - это количество данного вещества до начала распада. Период полураспада вещества - это время в часах, за которое исходное количество вещества уменьшается вдвое. Найдите период полураспада данного вещества.

Ответ: _____.

11 Для приготовления блюда требуется на 50 г воды добавить 100 г 6%-ого уксуса. У хозяйки имеется только 12%-ый уксус. Сколько грамм 12%-ого уксуса ей надо добавить на 50 г. воды, чтобы получить раствор нужной концентрации?

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = \frac{\sin 2x}{\sin(\frac{\pi}{4} + x)}$ на промежутке $[\pi; \frac{3\pi}{2}]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $5 - 8 \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) = 2 \sin\left(2x - \frac{7\pi}{2}\right)$
б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$

14 В правильной треугольной пирамиде DABC сторона основания равна $6\sqrt{3}$, а высота DH пирамиды, опущенная из вершины D на плоскость основания ABC, равна 4. Через точку H проведена плоскость α , параллельная плоскости DBC.

а) Доказать, что плоскость α делит боковое ребро AD в отношении 2:1, считая от вершины A.

б) Найдите расстояние от точки D до плоскости, проходящей через точку H параллельно плоскости DBC.

15 Решите неравенство $\log_{3-4x}(16x^2 - 24x + 6) \leq 1 + \frac{1}{\log_2(3-4x)}$.

16 В окружность радиуса $R=5$ см вписан равнобедренный треугольник, у которого сумма длин основания и высоты равна диаметру окружности.

а) Докажите, что данный треугольник тупоугольный.

б) Найдите высоту треугольника, проведенную из вершины основания.

17 Фермерское хозяйство занимается выращиванием культур двух видов: А и В. Доход хозяйства от выращивания x тонн культур А составляет $4x(1+0,01x^2)$ тыс. руб, а доход от выращивания x тонн культур В - $6x(1+0,1x)$ тыс. руб. Определите максимальный возможный доход фермерского хозяйства (в руб.) от выращивания этих двух культур, если ресурсы хозяйства позволяют вырастить не более 25 тонн продукции, а каждой из культур в отдельности может быть выращено не более 15 тонн.



- 18 При каких значениях параметра a , неравенство
- $$\log_a(\sqrt{1-x^2}+1) + \log_a(\sqrt{1-x^2}+7) < 1$$

Справедливо для каждого значения x ?

- 19 В каждой клетке таблицы размером 3×3 записаны не повторяющиеся числа от 1 до 9. За один ход разрешается к двум соседним числам (клетки имеют общую сторону) прибавить одно и то же целое число.

А) Можно ли таким образом получить таблицу, во всех клетках которой будут одинаковые числа?

Б) Можно ли таким образом получить таблицу, составленную из одной единицы (в центре) и восьми нулей?

В) После нескольких ходов в таблице оказались восемь нулей и какое-то число N , отличное от нуля. Найдите все возможные N .

Система оценивания Ответы к заданиям 1-19

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Верно выполненные задания 13-15 максимум оцениваются в 2 балла, задания 16-17 – в 3 балла, а задания 18-19 – в 4 балла.

| № задания | Ответ |
|-----------|---|
| 1 | 6080 |
| 2 | 0,6 |
| 3 | 5 |
| 4 | 0,125 |
| 5 | -10 |
| 6 | 16 |
| 7 | 5 |
| 8 | 30 |
| 9 | 0,5 |
| 10 | 10 |
| 11 | 25 |
| 12 | -1 |
| 13 | а) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ б) $-\frac{17\pi}{6}; -\frac{13\pi}{6}$ |
| 14 | 2,4 |
| 15 | $[0; \frac{3-\sqrt{3}}{4})$ |
| 16 | $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ |
| 17 | 305 000 |
| 18 | $(0; 1) \cup (16; +\infty)$ |
| 19 | а) да б) нет в) 1 |

